

Oscillateur Harmonique

Mise en équation

MPSI 2

1 Inventaire des forces

Dans R_T galiléen, le solide M est soumis à :

- Son poids : $\vec{P} = m\vec{g}$, $|\vec{g}| = 9.81 N.kg^{-1}$.
- La réaction du support (axe (Ox)) sur la masse : \vec{R} , perpendiculaire au support car les frottements solides sont négligés.
- La force de rappel exercée par le ressort \vec{T} .

On a vu en TP que $|\vec{T}|$ est proportionnelle à l'allongement du ressort Δl et sa direction est colinéaire au ressort :

$$\vec{T} = \pm k(l - l_0)\vec{e}_x$$

Remarques :

- La formule est la même si le ressort est étiré ou comprimé.
- **Unité de k :** $|\vec{T}| = k(l - l_0) \implies k$ est en $N.m^{-1}$.
- On néglige les frottements fluides.

2 Equations du mouvement

On applique la seconde loi de Newton :

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \Sigma \vec{F} \text{ avec } \vec{P} = m\vec{v}$$

ici, $m = \text{constante}$

$$\text{donc } \frac{d\vec{P}}{dt} = m\vec{a}$$

D'où $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{T}$ (E)

Le mouvement se fait sur l'axe (Ox) donc on projette (E) sur Ox :

$$m\ddot{x} = 0 + 0 - k(l - l_0)$$
$$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{k}{m}l_0$$

On pose $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ de telle sorte que :

(E) $\iff \boxed{\ddot{x} + \omega_0^2 x = \omega_0^2 l_0}$: équation de l'oscillateur harmonique.